Лекция 49 общего курса. «О золотом сечении и математике гармонии»

План

В нашей лекции речь пойдёт о знаменитом золотом сечении, его эстетическом значении, и об идеях «математики гармонии».

1. *Золотое сечение и его смысл*

С древнейших времён в ряде метафизических традиций, например, в древнеегипетских и греческих мистериях, пифагореизме, неоплатонизме, в математике и искусстве эпохи Возрождения и т.д. существуют представления об особой «математике гармонии», которая содержит учение о числе и гармонических пропорциях, повсеместно встречающихся в красивых природных объектах и произведениях искусства. Самой знаменитой пропорцией такого рода является конечно *золотая пропорция* (*золотое сечение*, golden section). Её идея приписывается Пифагору, а ещё ранее египетским жрецам, и возникает она из очень простого геометрического отношения.

Предположим, что у нас есть отрезок AB, на котором нужно выделить такую точку C, чтобы выполнялось соотношение (см. рис.1):

(1) $AB/AC = AC/CB$.

Рис.1. Деление отрезка в пропорциональном отношении.

Если отношение AB/AC обозначить через x, т.е. $AB/AC = x$, и иметь в виду, что $AB = AC + CB$, то, поделив последнее выражение на AC, получим $AB/AC = 1 + CB/AC$, где $CB/AC = 1/x$, согласно (1). Таким образом, имеем: $x = 1 + 1/x$, что приводит нас к квадратному уравнению

(2) $x^2 – x – 1 = 0$,

решая которое, получим (для положительного значения корня) иррациональное число

(3) $x = (1+\sqrt{5})/2 = \Phi = 1.618\ldots$,

которое и называется *золотой пропорцией (золотым сечением)*.

Если величину отрезка AB разделить на Ф, то мы получим величину отрезка AC. Если далее величину AC разделить на Ф, то мы получим величину отрезка BC.

Смысл золотой пропорции таков, что здесь *целое относится к большей части как большая часть к меньшей*. Таким образом, золотое сечение выражает принцип *подобия целого и частей*.

2. *К истории исследования золотого сечения*

Сегодня существует обширная литература о повсеместной распространённости золотой пропорции в природе и искусстве[1].

Например, пропорции пирамиды Хеопса, храмов, барельефов, предметов быта и украшений из гробницы Тутанхамона свидетельствуют, что египетские мастера пользовались соотношениями золотого деления при их создании. Французский архитектор Ле Корбюзье нашел, что в рельефе из храма фараона Сети I в Абидосе и в рельефе, изображающем фараона Рамзеса, пропорции фигур соответствуют величинам золотого деления.

Диалог «Тимей» Платона посвящен математическим и эстетическим воззрениям школы Пифагора и, в частности, вопросам золотого деления.

В 1509 г. в Венеции была издана книга Луки Пачоли «Божественная пропорция» с блестяще выполненными иллюстрациями, ввиду чего полагают, что их сделал Леонардо да Винчи. Книга была восторженным гимном золотой пропорции.

Великий астроном XVI в. Иоган Кеплер назвал золотое сечение одним из сокровищ геометрии. Он первый обращает внимание на значение золотой пропорции для ботаники (рост растений и их строение часто обнаруживают пропорции золотого деления).

Вновь «открыто» золотое сечение было в середине XIX в. В 1855 г. немецкий исследователь золотого сечения профессор Адольф Цейзинг опубликовал свой труд «Эстетические исследования».

Цейзинг проделал колоссальную работу. Он измерил около двух тысяч человеческих тел и пришел к выводу, что золотое сечение выражает средний статистический закон (см. рис.2). Деление тела точкой пупа – важнейший показатель золотого сечения. Пропорции мужского тела колеблются в пределах среднего отношения 13 : 8 = 1,625 и несколько ближе подходят к золотому сечению, чем пропорции женского тела, в отношении которого среднее значение пропорции выражается в соотношении 8 : 5 = 1,6.

---

[1] См. напр. http://protoplex.ru/lib/?showid=323, http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/004a/02320028.htm.

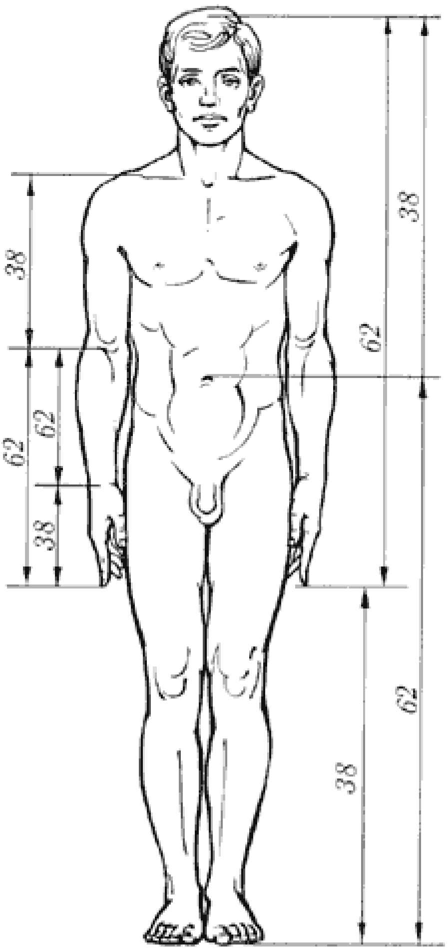


Рис.2. Усреднённые пропорции человеческого тела.

У новорожденного мальчика пропорция составляет отношение 1 : 1, к 13 годам она равна 1,6, а к 21 году равняется мужской. Пропорции золотого сечения проявляются и в отношении других частей тела – длина плеча, предплечья и кисти, кисти и пальцев и т.д. (см. рис.3).

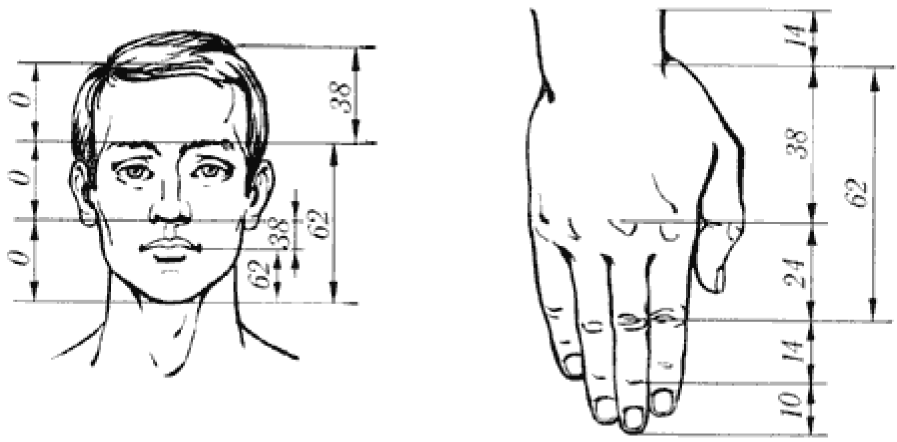


Рис.3. Пропорции головы и руки человека.

Справедливость своей теории Цейзинг проверял на греческих статуях. Наиболее подробно он разработал пропорции Аполлона Бельведерского. Подверглись исследованию греческие вазы, архитектурные сооружения различных эпох, растения, животные, птичьи яйца, музыкальные тона, стихотворные размеры. Повсюду так или иначе обнаруживала себя золотая пропорция.

С идеей золотого сечения тесно связан так называемый *ряд Фибоначчи*, впервые открытый итальянским математиком и монахом Леонардом из Пизы, более известным под именем Фибоначчи (сына Боначчи). В 1202 г вышел в свет его математический труд «Книга об абаке» (счетной доске), в котором были собраны все известные на то время задачи. Одна из задач гласила «Сколько пар кроликов в один год от одной пары родится». Размышляя на эту тему, Фибоначчи выстроил такой ряд цифр:

Месяцы	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	и т.д.
Пары кроликов	0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	и т.д.

Ряд чисел 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55 и т.д. известен как ряд Фибоначчи. Особенность этой последовательности чисел состоит в том, что каждый ее член, начиная с третьего, равен сумме двух предыдущих 2 + 3 = 5; 3 + 5 = 8; 5 + 8 = 13, 8 + 13 = 21; 13 + 21 = 34 и т.д., а отношение смежных чисел ряда приближается к отношению золотого деления. Так, 21 : 34 = 0,617, а 34 : 55 = 0,618.

3. *О математике гармонии*

История золотого сечения продолжается и сегодня. Например, в работах Алексея Петровича Стахова[2] и его коллег[3] развиваются разделы математики, которые ставят своей целью создание новой теории числа, исходя из идей золотого сечения, ряда Фибоначчи и других гармонических соотношений. Такое направление авторы называют «*математикой*

---

[2] О А.П.Стахове см. напр. http://www.obretenie.info/author/stahov.htm.

[3] См. напр. http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/004a/02320028.htm.

гармонии» и пытаются объяснить с её точки зрения идеи «сакральной геометрии»[4] и других математических построений, которые с древности были присущи различным метафизическим направлениям.

В частности, в работах Стахова были рассмотрены так называемые *золотые p-сечения*, возникающие из обобщения формулы (1):

(4) $(AB/AC)^p = AC/CB$,

где p = 0, 1, 2, 3, ….

Здесь возникают уравнения $x^{p+1} = x^p + 1$, если принять соотношение $x = AB/AC$, положительные корни которых обозначаются как τ_p. При p=0 получим $\tau_0 = 2$, при p=1 $\tau_1 =$ Ф и т.д. Числа τ_p Стахов и называет *золотыми p-сечениями*. Чем больше p, тем больше относительная величина отрезка AC в составе отрезка AB, так что в пределе p=∞ он стремится ко всему отрезку AB и $\tau_\infty = 1$.

С золотыми p-сечениями связываются *обобщённые ряды Фибоначчи* (p-числа Фибоначчи) и предлагается проект новой математики, в основе которой лежат системы счисления с золотыми p-сечениями как основаниями этих систем.

Главная идея в этом случае заключается в том, что золотые p-сечения задают своё *квантование количества*, в котором именно гармонические пропорции и производные от них величины оказываются базисными количественными значениями. В математике гармонии, которая реализует себя в эстетических формах природы и искусства, выражается особое состояние количества, в котором обобщённые золотосеченные пропорции задают некоторое базовое квантование количества.

Согласно Э.М.Сороко, можно сформулировать «закон структурной гармонии систем», суть которого сводится к следующему: «Обобщённые золотые сечения суть инварианты, на основе и посредством которых в процессе самоорганизации естественные системы обретают гармоничное строение, стационарный режим существования, структурно-функциональную …устойчивость»[5].

Таким образом, мы видим давнюю традицию, в которой соединяются идеи математики и эстетики – область своего рода «математической эстетики». И центральную

---

[4] По поводу значения золотого сечения в органическом формообразовании и искусстве см. напр. Скиннер С. Священная геометрия: Пер. с англ.В.Е.Венюковой. – М.: Кладезь-Букс, 2007.

[5] См. Сороко Э.М. Структурная гармония систем. - Минск: Издательство «Наука и техника», 1984.

роль здесь играют понятия золотого сечения и вообще гармонических пропорций. Хотя многие исследователи неоднократно размышляли по поводу построения «математики гармонии», и в последнее время здесь имеются несомненные достижения, но всё же эта область ещё во многом остаётся проблематичной и требующей дальнейших исследований и решений. В нашей лекции мы постараемся сделать ещё один шаг в построении «математики гармонии», привлекая модели и принципы философии неовсеединства.

4. *Бесконечноподобные конечности*

В первую очередь, как уже неоднократно отмечалось в предыдущих лекциях по мета-эстетике[6], гармонические формы представляют собою *плерональные* структуры, в основе которых лежат те или иные варианты свёртки бесконечного (безусловного) в конечном (условном) благодаря обратным R-отображениям (R-функциям[7]). С этой точки зрения гармонические формы представляют собою *бесконечноподобные конечности*, отличные от просто конечных величин. Например, формы живых тел, произведения искусства представляют собою бесконечноподобную (мироподобную) конечность[8].

Если мы возьмём конечный отрезок [0,M] на числовой прямой, то он может быть представлен двояко: 1) во-первых, как просто конечная часть бесконечной протяжённости, 2) во-вторых, как конечность, в которой обратной R-функцией $y = R^{-1}_M(x)$ свёрнута бесконечная полуось $[0,+\infty)$ числовой прямой. Во втором случае этот отрезок приобретает новую внутреннюю структуру, где появляется циклический количественный параметр (*угол бытия*) и актуализируется дополнительный полюс количества, благодаря которому возникают структуры *двуполюсного количества*[9].

Когда мы имеем дело с эстетической формой, например, с формой растения, животного или архитектурным произведением, то во всех этих случаях предполагается данность таких конечных структур и пропорций, которые одновременно содержат в себе

---

[6] См. http://neoallunity.ru/lec/lec44_.pdf.

[7] Об R-функциях см. http://neoallunity.ru/lec/lec16.pdf.

[8] О бесконечноподобии (мироподобии) живой телесности см. также http://neoallunity.ru/lec/lec8.pdf.

[9] О двуполюсном количестве см. http://neoallunity.ru/lec/lec13_.pdf.

«сжатые» бесконечные определения и параметры[10]. В связи с этим мы должны иметь здесь дело не с обычными конечными величинами (как на уровне целого, так и его частей), но с *бесконечноподобными конечностями*, для которых должна возникать своя особая математика. Рассмотрим далее некоторые примеры.

5. *Операции на бесконечноподобных конечностях*

Вернёмся к примеру с тем же золотым сечением.

Как мы видели, золотая пропорция часто встречается в дифференциациях тех или иных органических тел, например, главное деление человеческого тела точкой пупа, согласно исследованиям Цейзинга, в среднем образует как раз золотое сечение.

Пусть AB – величина человеческого тела в целом (от ног A до головы B), тогда точка пупа будет приходиться на отрезок AC (от ног A до пупа C), где AB/AC = Ф – золотое 1-сечение. Но теперь нам следует иметь в виду, что каждый из отрезков AB, AC и CB должен быть представлен как бесконечноподобная конечность, т.е. для каждой из этих величин будет задана своя R-функция, так чтобы выполнялись соотношения[11]:

(5) $AB = R^{-1}_{AB}(\infty)$,

(6) $AC = R^{-1}_{AC}(\infty)$,

(7) $CB = R^{-1}_{CB}(\infty)$,

и каждая конечная величина окажется «сжатой» бесконечностью.

Как в этом случае будут определяться операции на таких величинах?

Например, отрезок AB есть сумма большей части AC и меньшей части CB, т.е. AB = AC+CB. Подставим теперь в эти величины их выражения через бесконечности в формулах (5)-(7). В результате получим:

---

[10] Если в природе бесконечноподобие обеспечивается некоторым объективным процессом, то в человеческом творчестве сжатие бесконечного в конечном реализуется через человеческое сознание, в лице разного рода бесконечноподобных состояний сознания (в том числе эстетических образов), которые затем уже проецируются вовне, в формы искусства.

[11] В данном случае под обозначением XY имеется в виду *величина* отрезка XY.

(8) $AB = AC + CB = R^{-1}_{AB}(\infty) = R^{-1}_{AC+CB}(\infty) = R^{-1}_{AC}(\infty) + R^{-1}_{CB}(\infty)$.

Отсюда мы видим, что *операции на бесконечноподобных конечных величинах могут быть изоморфно перенесены на операции над порогами соответствующих R-функций*, что можно обощить в следующем виде:

(9) $f(R^{-1}_{M}(\infty)) = R^{-1}_{f(M)}(\infty)$

- для одноместных операций f, и

(10) $f(R^{-1}_{M1}(\infty),\ldots,R^{-1}_{Mn}(\infty)) = R^{-1}_{f(M1,\ldots,Mn)}(\infty)$

- для n-местных операций f.

Такова первая особенность бесконечноподобных конечных величин, которые, как представляется, должны лежать в основании математики гармонии.

6. Бесконечноподобие как режим замыкания

Бесконечноподобие конечных величин, как это ни странно, следует именно из настоящей конечности величины. В самом деле, чтобы величине окончиться, ей нужно положить предел M, что как раз и обеспечивается *режимом замыкания*, когда количество всё больше приближается к величине M как своей верхней границе, не имея возможности выйти вовне[12]. Но такой режим замыкания как раз обеспечивается сжатием бесконечности в окрестности точки M, что достигается обратной R-функцией $y = R^{-1}_{M}(x)$ с верхним порогом M.

Конечно, не любые точки в плерональной структуре оказываются границами бесконечноподобных конечностей, но только те, которые явно выделены внутренними делениями самой структуры. Например, в человеческом теле область пупа, когда-то бывшая местом прикрепления пуповины, морфологически выделяет точку золотого сечения, суставы конечностей – свои границы делений и т.д.

Выделение той или иной точки (границы) в плерональной структуре квантует протяжённость, разделяя её на бесконечноподобные части. Так, например, выделение точки золотого сечения C на отрезке AB задаёт квантование на две бесконечноподобные

[12] О режиме замыкания см. http://neoallunity.ru/lec/lec18_.pdf.

части AC и CB в бесконечноподобном конечном целом AB. По признаку бесконечноподобия такие части оказываются подобными целому и *сильно* выделены в его составе.

Конечно, следует иметь в виду, что чистый режим замыкания *полностью* замыкает область количества в себе, и если некоторая часть не только сильно выделена в составе целого, но и является именно *частью* единого целого, то режим замыкания этой части должен согласоваться с моментом её размыкания, что можно выражать средствами *режима смешанного размыкания*[13].

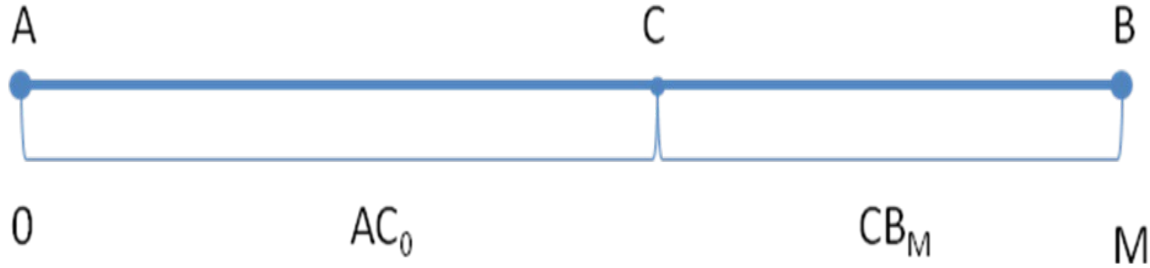
7. *Двуполюсное количество в золотом сечении*

По аналогии мы можем рассматривать деление отрезка AB в золотой пропорции как образец для простейшего примера любой плерональной структуры. Продолжим количественный анализ этого примера в терминах математики гармонии.

Если отрезок AB символизирует собой целую плерональную форму, то, как мы выяснили, этот конечный отрезок должен быть бесконечноподобным, т.е. должно выполняться обратное R-отображение $AB = R^{-1}_{AB}(\infty)$.

Но в этом случае отрезок AB выражает собою одновременно структуру *двуполюсного количества*, где точка A представляет 0-полюс, точка B – M-полюс количества.

Выделение промежуточной точки C на отрезке AB окажется заданием двух *дополнительных* видов количества – большей части AC и меньшей части CB, причем, большая часть AB будет начинаться в точке A и заканчиваться в C, т.е. представлять собою *0-количество* AC_0, в то время как дополнительная часть CB может быть представлена как *M-количество* с началом в точке B и концом в C, т.е. как CB_M (если под M иметь в виду длину отрезка AB) – см. рис.4.



[13] О режиме смешанного размыкания см. http://neoallunity.ru/lec/lec18_.pdf.

Рис.4. Отрезок золотого деления как система двуполюсного количества. Точке A соответствует 0, точке B – верхний порог R-системы M. Точка C может одновременно означать 0-количество AC_0 – величину отрезка AC, отложенного от нуля; или M-количество CB_M – величину отрезка CB, отложенного от M.

Таким образом, ситуацию деления отрезка промежуточной точкой можно выразить в терминах двуполюсного количества как задание двух дополнительных видов количества.

8. Золотое сечение как мера акцента плерональной структуры

Вспомним далее, что структуры двуполюсного количества могут быть выражены в терминах *полярного анализа*[14], когда 0-количество выступит как первая, M-количество – как вторая базисная полярность[15] - см. рис.5.

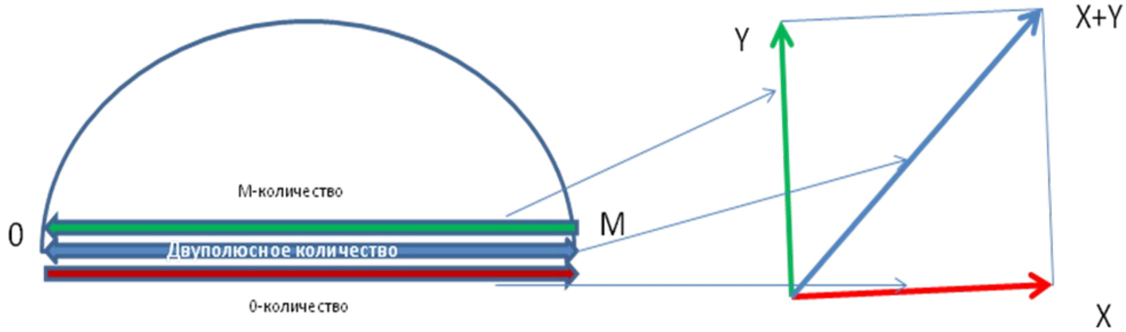


Рис.5. Развёртка двуполюсного количества в двумерном полярном пространстве.

Величины отрезков AC и CB можно в этом случае рассматривать как *меры* соответствующих базисных полярностей. В ситуации золотого 1-сечения Ф = AB/AC >1 мы получаем случай неравных мер базисных полярностей, т.е. некоторый

[14] О полярном анализе см. http://neoallunity.ru/lec/lec11.pdf.

[15] Здесь работает алгоритм *многомерной развёртки двуполюсного количества* – см. http://neoallunity.ru/lec/lec27_.pdf.

асимметричный 2-плерон, в котором один элемент усилен в своём определении[16]. Такой плерон можно называть *акцентированным* (см. рис.6).

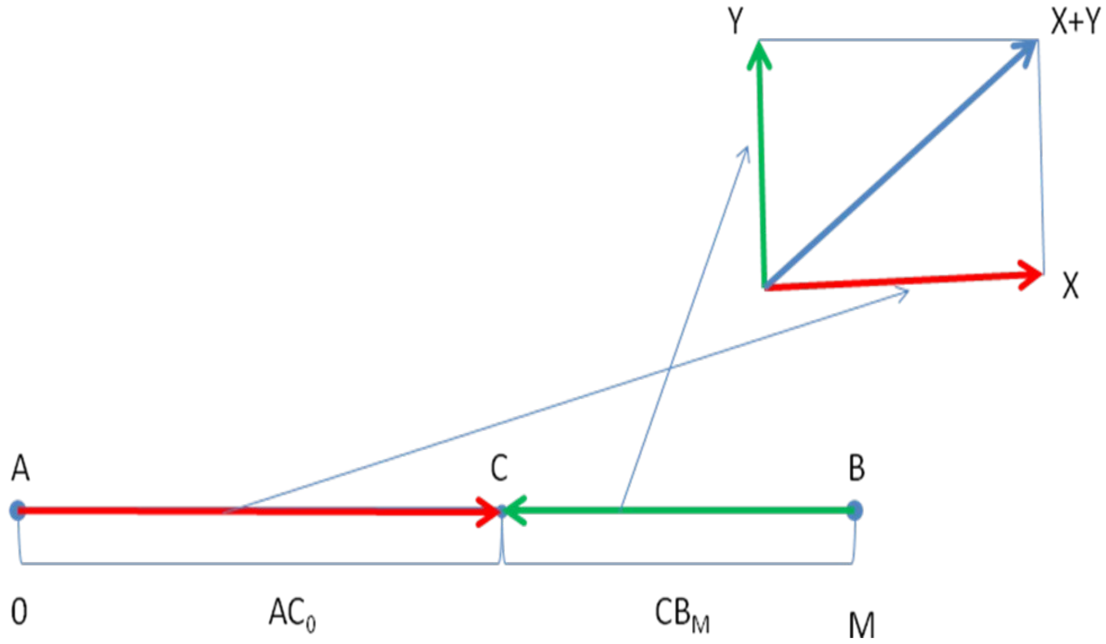


Рис.6. Части золотого деления как меры базисных полярностей в двумерном полярном пространстве, т.е. Х – это величина отрезка АС, У – величина отрезка СВ.

Чем больше параметр р в случае золотых р-сечений, тем больше асимметрия между базисными полярностями в акцентированном 2-плероне. Отсюда можно сделать вывод, что параметр р – это своего рода *мера акцента* 2-плерона на одну из своих полярностей. В самом деле, при р=0 получим АВ/АС = 2, т.е. точное деление пополам отрезка АВ, что будет соответствовать равенству мер базисных полярностей и отсутствию акцента в 2-плероне на одной из своих полярностей. Наоборот, при р=∞ возникнет ситуация АВ/АС = 1, т.е. полного слияния финального вектора Х+У с акцентированной полярностью Х, что превратит 2-плерон в 1-плерон[17].

[16] Если быть точным, то на рисунках 5 и 6 изображено 2-мерное полярное пространство с базисными полярными векторами Х и У, в то время как в тексте говорится о 2-плероне. Тем самым предполагается, что 2-плерон здесь символизирует полярности Х и У, где Х сопоставляется 1-му элементу 1_2, У – второму элементу 2_2 2-плерона.

[17] То есть двумерное полярное пространство на базисных полярностях Х и У превратится в одномерное пространство с единственной базисной полярностью Х.

Итак, мы можем посмотреть на случай золотого сечения как на геометрическую кодировку некоторой плерональной структуры, когда через золотые пропорции будет задаваться метрика этой структуры.

Золотое 1-сечение Ф окажется в этом случае выражением *первого акцента* целого на одной из своих дополнительных полярностей. В общем случае золотое p-сечение будет выражать случаи *p-го акцента* целого на своей полярности в рамках акцентированного 2-плерона. По-видимому, различные случаи гармонии могут быть связаны с заданием базовой плерональной структуры с разной степенью акцентуации на одной из своих полярностей. p-Акцентированный 2-плерон задаёт некоторый метрический первообраз, относительно которого выстраивается вся производная метрика производных плерональных структур. Возможно, акцентированные плероны в большей мере выражают определения *динамической*, а не статической гармонии[18].

Таким образом, та или иная гармоничная форма несёт в себе некоторые конечные бесконечноподобные части, каждая обладающая своей R-метрикой и квантующая R-протяжённость, и в основе квантификации гармонической структуры лежит более или менее акцентированная полярная метрика. Посмотрим более подробно на принципы этой квантификации.

9. Золотосеченные квантования континуума

Согласно гипотезе А.П.Стахова, в основе гармонических отношений лежат *золотосеченныя системы счисления*, в качестве основания которых выступают золотые p-сечения τ_p. Если мы фиксируем p, то возникает одна система счисления с основанием τ_p, в качестве базисных величин в которой выступают степени основания, т.е. величины τ_p^k, где k – любое целое число. В этом случае любое «конструктивное» число X такой системы счисления может быть выражено в виде конечной суммы

(11) $X = \sum^{n}_{k=1}(a_k\tau_p^k)$,

где a_k – это 0 или 1, и k есть целое число (в (11) имеется в виду сумма по k от 1 до n).

[18] Динамическая гармония – гармония движения. Например, подобие целого и части может динамически выражаться в переходе между целым и подобной частью, когда целое в первую очередь переходит не во всякую часть, а в максимально подобную себе (или часть переходит в максимально подобное целое).

Поскольку величины τ_p при $p>0$ являются иррациональными числами, то в этом случае мы имеем дело с особыми системами счисления с *иррациональными основаниями*.

Каждая золотосеченная p-система формирует своё множество конструктивных действительных чисел, в котором золотое p-сечение и все его степени будут получать конструктивное выражение. Это означает практически задание своего *золотосеченного квантования протяжённости (континуума)*, в котором узлы квантования совпадают с золотосеченными пропорциями и отношениями. Таким образом, золотые сечения задают свою систему представления количества через соответствующую систему квантования[19].

Если мы обратимся к структуре числовой оси, то в результате золотосеченного квантования (при фиксированном p) на этой оси в качестве *единицы* будет выбрана величина золотого p-сечения τ_p, относительно которой начнёт выстраиваться вся производная система квантования количества – суммы единиц и доли единицы. Каждая система p-счисления будет задавать своё квантование числовой оси. По мысли Стахова, количественные определения гармонических форм определяются именно в таких золотосеченных квантованиях количества.

В общем случае выделенными могут быть не только *исходные* (*базисные*) *квантования* числовой оси вида (11), но и так называемые *функциональные квантования*, возникающие в результате переноса базисной структуры квантования под действием той или иной функции (отображения). Например, если дано первичное квантование натуральных чисел 1, 2, 3,…, то под действием на него функции $y = 1/x$ возникнет функциональное квантование 1, ½, 1/3, …. По-видимому, гармоничные системы количества могут содержать в себе не только базисные золотосеченные квантования числовой оси, но и ряд функциональных квантований, если действие этих функций подтверждено реальными делениями данной формы.

Таким образом, математика гармонии предполагает также, что есть не просто числовой континуум, но в его рамках могут преимущественно выделяться те или иные господствующие квантования, которые выражают «свою» систему количества, наиболее органическую («конструктивную») для данной количественной системы.

10. Квантование как выражение R-анализа

[19] В частности, можно показать, что для н*атуральных чисел* найдутся свои конечные суммы вида (11) в системах счисления по основанию τ_p.

В обычной математике не существует выделенных квантований количества. Идея числового континуума в теории математического анализа стирает все возможные квантования в структуре количества. Позиционные системы счисления рассматриваются как лишь *гносеологические* формы представления числа, не имеющие своих *онтологических* оснований в самой реальности.

Выделение тех или иных преимущественных квантований в организации количества впервые возникает только в R-анализе[20]. Например, в R-анализе появляются *монады* – конечные области тождества, которые окружают каждую точку на числовой оси. На основе монад может быть произведено квантование R-протяжённости (R-континуума). Пример такого квантования был рассмотрен в лекции 19 общего курса «Теория полного движения: первый синтез»[21] при анализе структуры полного движения.

Задание верхнего порога M количественной системы – также пример квантования. Выделенность тех или иных квантований предполагает финитизацию по крайней мере ряда инфинитных параметров количественной системы, например, величин монад. Следовательно, и выделенность золотосеченных квантований должна предполагать финитные преобразования инфинитного, что также говорит о присутствии обратных R-преобразований и возникновении плерональной структуры количества[22].

Кроме того, ряд Фибоначчи можно рассматривать как *дискретное приближение* к непрерывной пропорции золотого сечения, что также предполагает идею R-континуума, где непрерывные величины могут огрубляться до центров монад.

---

[20] Более подробно об идеях R-анализа см. Моисеев В.И. Логика открытого синтеза: в 2-х тт. Т.1. Структура. Природа. Душа. Кн.2. – СПб.: ИД «Міръ», 2010. – С.123-234 (http://vyacheslav-moiseev.narod.ru/Logic_Synth/LOS_1_2.pdf).

[21] См. http://neoallunity.ru/lec/lec19_.pdf.

[22] В минимальном случае можно говорить о выделенности *рационального квантования* (системы рациональных чисел) в рамках R-системы (в остальном сохраняя изоморфизм обычных и R-величин). Такая выделенность в конечном итоге предполагает выделенность *единицы*, поскольку рациональные числа – это вся система конечно-соизмеримого с единицей количества. Но та или иная единица в системе количества может быть выделена только в том случае, если она имеет своё соответствие во *внешней позиции* количественной системы, когда каждая внутренняя величина x получает своё внешнее выражение $R^{-1}_{M*}(x)$ действием некоторой обратной R-функции R^{-1}_{M*}. Так что выделенность квантования уже предполагает задание R-функции R^{-1}_{M*}.

11. R-системы разных порядков в математике гармонии

Соединяя представленные выше конструкции математики гармонии, мы видим гармоничную форму как согласованную систему бесконечноподобных конечностей, каждая из которых представляет собою некоторый плерон – единицу относительной полноты и законченности целой формы. Метрика гармоничной структуры вырастает из собственного золотосеченного квантования R-количества, в основе которого лежит единица квантования – величина золотого p-сечения τ_p. Эта мера может быть понята как величина господствующей полярности X в p-акцентированном 2-плероне (см. рис.6), который выступает *метрическим архетипом* для задания единицы золотосеченного квантования гармоничной формы.

Замечательно также то, что *отдельные бесконечноподобные величины гармоничной формы одновременно могут быть представлены как элементы золотосеченного квантования количества*. Поскольку выделенное квантование, как было отмечено выше, возникает только в случае финитизации инфинитных параметров количественных систем, то здесь мы имеем некоторую R-систему количества со своими финитными порогами и внутренним выделенным квантованием. По отношению к ней – как количественной R-системе 2-го порядка – должны быть определены R-системы 1-го порядка, которые обеспечивают бесконечноподобие отдельных элементов квантования второпорядковой системы.

Например, золотое 1-сечение $\tau_1 = \Phi$ выступает как единица базисного золотосеченного квантования при p=1 в некоторой R-системе со своей базовой обратной R-функцией R^{-1}_{M*}. В то же время золотая единица τ_1 сама является бесконечноподобной конечностью, т.е. результатом некоторой обратной R-функции: $\tau_1 = R^{-1}_{\tau 1}(\infty)$. R-функция R^{-1}_{M*} всей количественной системы будет R-функцией 2-го порядка[23], в то время как функция $R^{-1}_{\tau 1}$ выступит как R-функция 1-го порядка.

Так более полная теория гармонии должна будет координировать между собою R-системы разных порядков, обеспечивая свои условия плерональности для каждого уровня.

---

[23] Такая R-функция 2-го порядка неявно предполагается тождественной (при $M^*=\infty$) в развиваемых сегодня версиях математики гармонии, поскольку величины здесь берутся как элементы бесконечной числовой оси. В более общем случае математика гармонии должны будет расширить свои определения и на гармоничные R-величины – элементы R-количества, образованного некоторой обратной R-функцией $y = R^{-1}_{M*}(x)$ при $M^*<\infty$.

Подводя итог проведённым выше размышлениям, мы можем сделать вывод, что и в случае «математики гармонии» на первый план выходят определения эстетики, существенно связанные с *плерональной организацией полярностей*, и пропорция золотого сечения кодирует в этом случае метрику базисной плерональной структуры, лежащей в основании гармонического квантования количества.

Приложение. Пентаграмма как золотосеченная плерональная структура

В качестве примера гармоничных золотосеченных пропорций часто приводят пример звёздчатого пятиугольника – *пентаграммы* (см. рис.7).

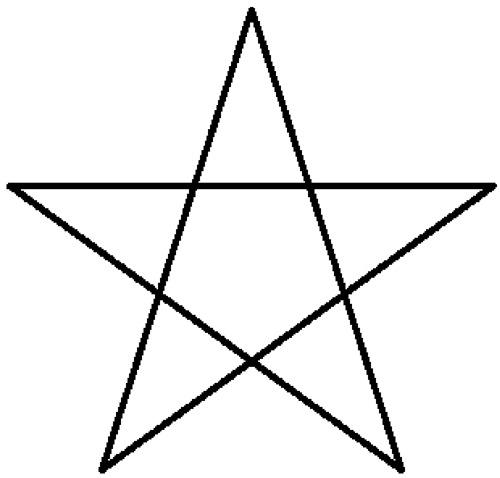


Рис. 7. Пентаграмма.

Именно пентаграмму пифагорейцы выбрали символом своего союза. В средние века считалось, что пентаграмма служит охранным знаком от сатаны. Вспомним, например, как описывает Гёте в «Фаусте» проникновение дьявола Мефистофеля в келью доктора Фауста, на которой была начертана пентаграмма. Фауст не до конца начертал этот знак, и в одном её углу остался промежуток, через который и проник Мефистотель:

Фауст

Так пентаграмма этому виной?

Но как же, бес, пробрался ты за мной?

Каким путем впросак попался?

Мефистофель

Изволили её вы плохо начертить,

И промежуток в уголку остался,

Там, у дверей, — и я свободно мог вскочить[24].

Интересно, что стороны пентаграммы, пересекаясь, образуют снова правильный пятиугольник, в котором пересечение диагоналей дает нам новую пентаграмму, а в пересечении её сторон мы снова видим правильный пятиугольник, открывающий возможность построения новой пентаграммы. И так до бесконечности. Пентаграмма оказывается бесконечно самоподобной. Интересно также, что следующая пентаграмма оказывается перевёрнутой относительно предыдущей[25] (см. рис.8).

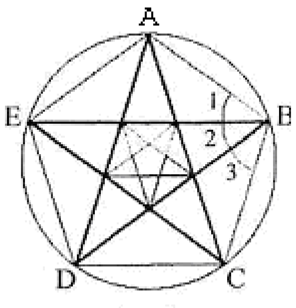


Рис.8. Самоподобие пентаграммы.

Геометрически пентаграмма насыщена множеством золотых пропорций. Например, если выделить цветом её основные отрезки (см. рис.9),

[24] Иоганн Вольфганг Гете. Фауст (пер.Н.Холодковский) – см. напр. http://lib.ru/POEZIQ/GETE/faust_holod.txt.

[25] Если прямая пентаграмма несла положительный смысл, то перевёрнутая обычно имела отрицательное значение, выступая как символ дьявола.

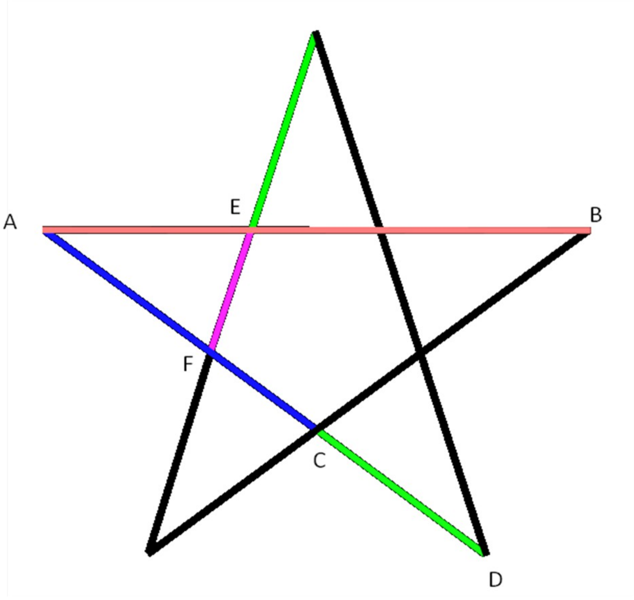


Рис.9. Основные отрезки пентаграммы.

то мы получим следующие соотношения[26]:

(12) Φ = красный AB/синий AC = синий AC/зелёный CD = зелёный CD/фиолетовый EF,

где Φ = 1.618… - золотое сечение. Таким образом, каждый отрезок пентаграммы относится к ближайшему меньшему отрезку в пропорции золотого деления.

Вся пентаграмма выступает как симметричная плерональная структура, для которой центральной является циклическая 5-группа C_5, выражающая в наибольшей степени плерональную природу пентаграммы как 5-плерона[27].

Каждый отрезок пентаграммы, образованный точками пересечения, является внутренне выделенным в гармонической структуре и выступает как бесконечноподобная величина. Таким образом, для каждого выделенного отрезка XУ можно предполагать определение своего обратного R-отображения $XУ = R^{-1}_{XУ}(\infty)$, сжимающего бесконечность ∞ в конечную величину XУ отрезка. Такие отображения выступят как R-системы 1-го порядка в организации гармонической структуры пентаграммы.

[26] См. http://ru.wikipedia.org/wiki/%CF%E5%ED%F2%E0%E3%F0%E0%EC%EC%E0.

[27] Возможно, структура пентаграммы могла бы быть прочитана и как выражение организации *многополюсного* 5-количества.

Одновременно основные величины пентаграммы задаются в золотосеченной системе счисления с онованием Ф. Если величину наименьшего выделенного отрезка пентаграммы EF обозначить через некоторую величину е, то получим следующие соотношения:

(13) $CD = \Phi e$,

(14) $AC = \Phi^2 e$,

(15) $AB = \Phi^3 e$.

Достаточно принять е в качестве того или иного элемента золотосеченной системы, и окажется, что величины *всех* выделенных отрезков пентаграммы выступят элементами этой же системы. Тем самым величины отрезков пентаграммы будут представлены выделенными точками золотосеченного квантования континуума, связанного со своей R-системой 2-го порядка.

Прочие величины пентаграммы, функционально зависимые от её базовых золотосеченных элементов (например, углы, длина описанной окружности и т.д.), будут представлены как элементы функциональных R-континуумов, надстроенных над базовым золотосеченным R-континуумом.

Таким образом, пентаграмму в математике гармонии следует рассматривать как особый плерональный объект, сложно и многоуровнево приготовленный системой R-отображений и вписанный в структуру золотосеченного R-континуума. Такого рода объектов нет в стандартной математике, где господствует линейное количество бесконечного натурального ряда.