Лекция 25 общего курса. «Центрации и децентрации в структуре и развитии знания»

План

1. *Симметрия ошибок-1 и -2*
2. *Общее и частное в составе знания*
3. *Симметрия общего и частного*
4. *Развитие знания в ММП*
5. *Один пример развития знания*

В предыдущей лекции[1] была рассмотрена первая математическая модель познания (ММП), построенная благодаря структурам двуполюсного количества, исчислению диад и связи этого исчисления с идеей фундаментальной гносеологической шкалы (ФГШ) и модели смещенного знания (МСЗ). В качестве первого интересного следствия ММП была отмечена связь ошибок-1 с аналитичностью и ошибок-2 с синтетичностью. В этой лекции мы продолжим развитие ММП.

1. *Симметрия ошибок-1 и -2*

Одним из интересных следствий ММП является симметрия ошибок-1 и ошибок-2 относительно центрума на фундаментальной гносеологической шкале (ФГШ) – см. рис.1.

[1] См. http://neoallunity.ru/lec/lec24_.pdf.

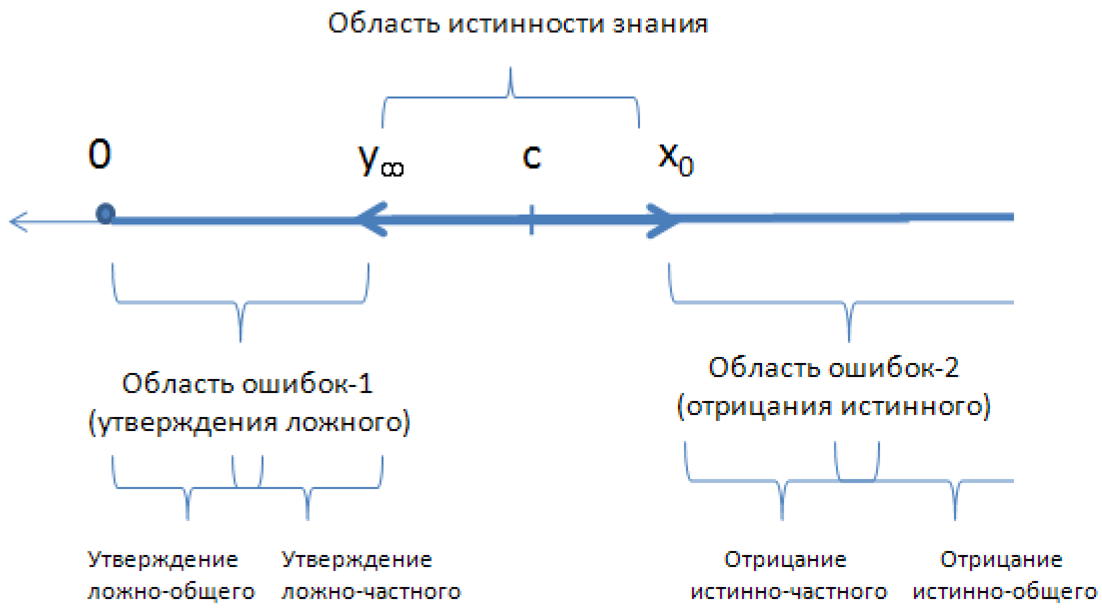

Рис.1

Кроме того, если в рамках модели смещенного знания (МСЗ) развитие знания выражается в расширении области пересечения знания и истины, то для диады (x,y), которой моделируется отношение знания и истины, координата x должна увеличиться, а координата y должна уменьшиться. В итоге и область ошибок-1, занимающая интервал от нуля до y, и область ошибок-2, лежащая в интервале от x до +∞, должны одинаково уменьшиться. Таким образом, существует симметрия двух видов ошибок не только статическая – их области лежат R-симметрично относительно центрума на ФГШ, но она носит и динамический характер – с уменьшением одной области ошибок должна уменьшаться и другая область. Как это можно было бы объяснить?

Чтобы объяснить этот эффект, нам нужно развить ряд вспомогательных концепций.

2. *Общее и частное в составе знания*

Во-первых, возникает проблема интерпретации центрума на фундаментальной гносеологической шкале (ФГШ). Если состояние знания выражается на ФГШ c-покрывающей диадой (x,y), то x и y лежат по обе стороны от центрума c, в связи с чем возникает вопрос, что означает подобная срединная точка c? Поскольку движение по гносеологической шкале выражает степени анализа и синтеза, то область левее центрума выражает более аналитические области знания, область правее центрума – более синтетические области знания. Поэтому сам центрум можно рассматривать как некоторую *гносеологическую сингулярность* – своего рода границу между частным и общим, между опытом и рассудком.

С этой точки зрения знание (модель, научная теория) содержит в себе области эмпирически-частного и теоретически-общего, разделяемые гносеологической границей центрума. В связи с этим область от y до c можно рассматривать как область частного, область от c до x – как область общего в составе знания.

3. Симметрия общего и частного

Симметрия левой и правой областей относительно центрума на ФГШ оказывается в этом случае темой некоторой *симметрии частного и общего*. Можно предполагать, что для каждого частного есть некоторое «свое общее», и наоборот, для всякого общего – «свое частное»[2]. Свои общее и частное оказываются симметричными – чем более частным будет частное, тем более общим должно оказаться его общее, и наоборот.

Приведем здесь один пример, чтобы в некоторой степени прояснить возможную симметрию частного и общего.

Рассмотрим две теории числа – теорию целого числа Ц и теорию рационального числа Р. В теории Ц исследуются целые числа …-3,-2,-1,0,1,2,3,… В теории Р выражаются свойства рациональных чисел, которые можно представлять дробями вида a/b, где a и b – целые числа, и b не равно нулю. Логически это означает, что все аксиомы теории Ц могут быть выведены как теоремы в теории Р, но, кроме того, в теории Р есть теоремы, которые нельзя вывести в теории Ц. Это значит, что теория Ц оказывается более общей, чем теория Р.

С другой стороны, поскольку каждое рациональное число – это пара a/b двух целых чисел[3], то все то, что говорится о рациональных числах, можно переформулировать в

---

[2] Интересно с этой точки зрения посмотреть на известный закон обратного соотношения объема и содержания понятия. С общим понятием с объемом V_1 можно соотнести такое частное понятие с величиной содержания C_2, что $V_1=C_2$. Такие понятия можно в некотором смысле рассмотреть как взаимно обратные, если принять, что $V_i = 1/C_i$. Кстати, центрум будет характеризоваться таким понятием, для которого величина объема должна совпасть с величиной содержания V=C.

высказывания о *парах* целых чисел. Отсюда мы видим, что факты[4] теории Р состоят из нескольких фактов теории Ц, т.е. в теории Р строятся более интегральные факты, представляющие собой некоторые композиции фактов теории Ц.

Итак, на примере теорий Ц и Р мы видим, что у теории Ц более универсальные законы и менее интегральные факты, в то время как у теории Р менее универсальные законы и более интегральные факты.

Тем самым можно предполагать, что в общем случае у теории Т есть как бы два порога – верхний порог интеграции, выражающийся в том максимуме общности и универсальности, который может быть достигнут в данной теории; и нижний порог дифференциации, который выражается в степени частности выстраиваемых в данной теории фактов.

Кроме того, могут возникать системы теорий, когда есть самая общая теория с самыми дифференцированными фактами, и ряд последующих теорий со все меньшей общностью и все большей интегральностью фактов. Систему таких теорий можно называть *М-системой* (*мереологической системой*[5]) – здесь все теории как бы группируются вокруг одного центра, приближаясь к нему сверху (со стороны своих универсальных законов) и снизу (со стороны своих фактов). В качестве одного из примеров М-системы можно привести теории целого Ц, рационального Р, вещественного В и комплексного К числа.

В рамках М-системы как раз возникает симметрия между универсальностью и дифференциальностью теории – чем более универсальной является теория в одной М-системе, тем более простыми (дифференциальными) являются ее факты[6].

---

[3] Точнее говоря, рациональное число – это класс эквивалентности на отношении a/b, но здесь я опускаю такие технические подробности.

[4] Под фактом я в данном случае имею в виду суждение в языке теории, не содержащее переменных (как связанных, так и свободных переменных).

[5] Мереология – наука о частях (от греч. мерос - часть).

[6] В логическом смысле закон есть универсальное суждение $\forall x A(x)$, которое можно представить как конъюнкцию $A(a_1) \wedge A(a_2) \wedge \ldots$, где $A(a_к)$ - факты. Тогда можно ввести гносеологическую мереологию фактов, рассматривая факты разных уровней. Пусть $A^p(a^p_к)$ – к-й факт p-го уровня. Тогда конъюнкция таких фактов может быть передана формулой $\forall x^p A^p(x^p)$, где x^p – переменная по константам $a^p_к$ p-го уровня. Если $A^p(a^p_m) \equiv A^{p-1}(a^{p-1}_{к1}) \wedge \ldots \wedge A^{p-1}(a^{p-1}_{кm}) \wedge B$, то законы более высокого уровня (с б*о*льшим p) будут соединять в конъюнкции меньшее число «более крупных» фактов, и будет достигаться инверсия между интегральностью законов и

4. *Развитие знания в ММП*

Рассмотрим с точки зрения ММП процесс развития знания.

Пусть есть некоторая теория T_1, которая на фундаментальной гносеологической шкале (ФГШ) выражается диадой (x_1,y_1). Обычно развитие знания происходит таким образом, что обнаруживается контрпример $КП_1$ к теории T_1, который опровергает теорию T_1. Контрпример $КП_1$ оказывается несовместимым с некоторым примером $П_1$ теории T_1. В итоге пример $П_1$ оказывается ложным, выступая в качестве случая ошибки-1 (это случай ошибки-1 как *утверждения частно-ложного*, который также можно называть *гипопримером*). Вместо $П_1$ должен быть принят $КП_1$, который представляет собой пример ошибки-2 (это *отрицаемое истинно-частное*, и такой контрпример можно называть *гиперпримером* для теории T_1)[7].

Обнаружением гипопримера $П_1$ проявляется нижняя граница истинности теории T_1, т.е. координата y_1 диады (x_1,y_1). Что же касается гиперпримера $КП_1$, то он проявляет верхнюю границу знания x_1.

Поэтому, если быть точным, то до возникновения гиперпримера теория T_1 не знает ни своей нижней границы (в лице гипопримера), ни своей верхней границы (в лице гиперпримера), и «для себя» теория дана как предельная диада $(\infty,0)$ абсолютной истинности. Только гиперпримеры впервые обнажают и нижние, и верхние границы, определяя ее как ограниченную диаду (x_1,y_1) относительной истинности[8].

Как пример $П_1$, так и контрпример $КП_1$ предполагают некоторые свои теории, частными случаями которых они являются. Для примера $П_1$ – это некоторая часть теории T_1, обозначим ее T^-_1 (по аналогии, ее можно называть *гипотеорией*). Для $КП_1$ – это некоторая новая теория T^+_1 (ее можно называть *гипертеорией*). Теория T^-_1 – это также вид

фактов.

[7] О механизмах развития знания через критику контрпримерами см. напр. Лакатос И. Доказательства и опровержения. Как доказываются теоремы. - М.: Наука, 1967.

[8] С этой точки зрения действие гиперпримера выражает гносеологическое *обратное R-преобразование*, которое переводит знание из состояния абсолютной в состояние относительной истины.

ошибки-1 (*утверждаемое обще-ложное*), в то время как T^+_1 – вид ошибки-2 (как *отрицаемое истинно-общее*) с точки зрения теории T_1.

Теорию T_1, из которой исключены примеры $П_1$ и их обобщения в рамках гипотеории T^-_1, можно называть *авто-теорией* $ТТ_1$, ее факты – *авто-примерами* $ПП_1$.

Итак, теперь получаем следующую картину развития знания. Для теории T_1 возникают гиперпримеры, которые расщепляют T_1 на автотерию $ТТ_1$ и гипотеорию T^-_1. Одновременно для гиперпримеров формируется гипертеория T^+_1. Во всех этих случаях теории и их факты группируются вокруг своих центрумов на ФГШ. В итоге происходит *децентрация* теории T_1 – если ранее у нее был один центрум с, вокруг которого группировалось ее общее и частное, то с возникновением гипо- и гипер-теорий возникают еще два центрума – *гипоцентрум* для гипотеории и *гиперцентрум* для гипертеории – см. рис.2.

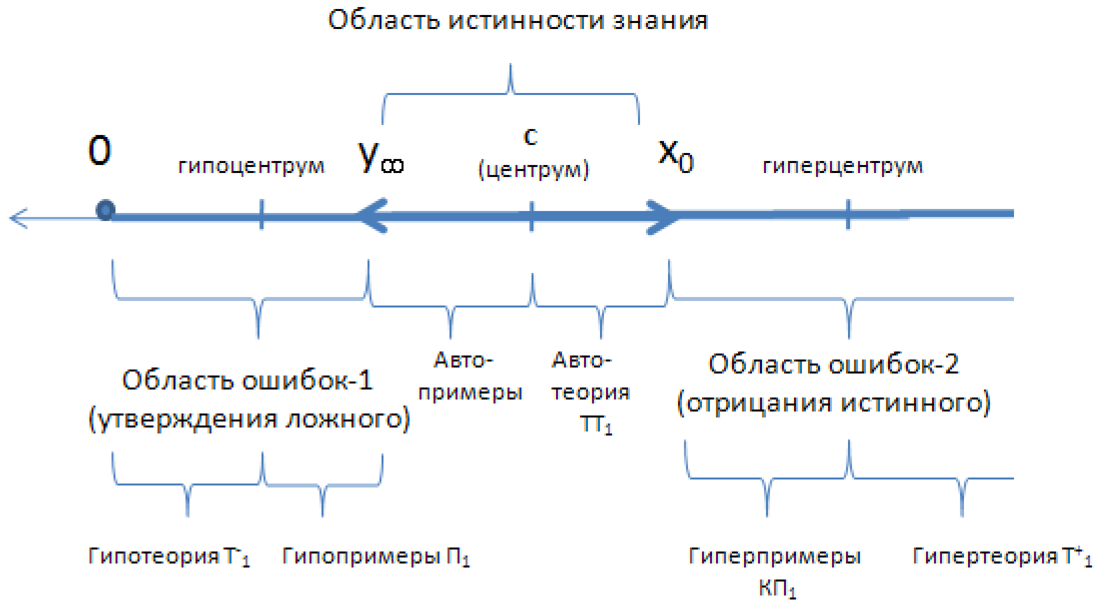

Рис.2

Последующее развитие знания может приводить к возникновению новой более интегральной теории T_2, которая включает в качестве своих примеров авто-примеры и гиперпримеры теории T_1, исключая из своего состава гипопримеры теории T_1. В итоге опять восстанавливается *центрация* знания, пока не возникнут новые гиперпримеры уже для теории T_2.

Интеграция теории T_2 возрастает сравнительно с теорией T_1, и ее можно изобразить диадой (x_2,y_2), где $x_2>x_1$ и $y_2<y_1$. Первое условие $x_2>x_1$ выражает тот факт, что теория T_2

более интегральна, чем T_1, поскольку она включает в себя гиперпримеры и гипертеорию теории T_1 (наряду с автотеорией и автопримерами теории T_1). Второе условие $y_2<y_1$ связано с исключением T_1-гипопримеров из теории T_2, что можно представить как уменьшение области ошибок-1 для теории T_2.

Так может быть обоснована симметрия ошибок-1 и -2 в ММП. Выражаясь языком новой терминологии, можно утверждать, что в основе этой симметрии лежит симметрия гипо- и гиперпримеров. Каждый гиперпример вскрывает свой гипопример, и они оказываются лежащими симметрично относительно центрума на фундаментальной гносеологической шкале (ФГШ).

5. *Один пример развития знания*

Для пояснения описанной модели, рассмотрим пример развития знания в теории числа, когда пифагорейцы впервые открыли иррациональность числа корень из двух $\sqrt{2}$, и оказалось, что рациональных чисел недостаточно, что кроме рациональных есть еще иррациональные числа, и только в 19 в. была создана теория так называемых *вещественных чисел*, где произошло объединение теории рационального и иррационального числа. На этом примере мы видим яркий образчик развития знания, когда от более ранней теории рационального числа T_1 произошел переход к более интегральной теории вещественного числа T_2.

Как видим, толчком к этому переходу послужило открытие иррациональных чисел – сначала корня из двух, затем других иррациональных чисел. Это были контрпримеры для теории рационального числа T_1.

Раньше пифагорейцы предполагали, что любую точку на прямой можно выразить рациональным числом, т.е. рациональных чисел достаточно для выражения любых геометрических образов. Это утверждение можно называть «*постулатом полноты рациональных чисел*». Открытие иррациональности длины диагонали квадрата привело к отрицанию этого постулата – оказалось, что в пространстве есть точки, расстояние до которых нельзя выразить никаким рациональным числом. Говорят, это открытие повергло пифагорейцев в шок, и они боялись, что через иррациональные числа они откроют дверь хаосу, и гармоничный Космос отныне будет невозможен. Позднее оказалось, что все не так уж страшно, и сегодня теорию вещественного числа преподают даже в школе.

Итак, в этом примере обозначим через T_1 теорию рациональных чисел вместе с постулатом полноты.

В качестве контрпримера (гиперпримера) $КП_1$ для T_1 выступит в этом случае факт иррациональности длины диагонали квадрата.

В теории T_1 предполагалось, что длина диагонали квадрата – это также некоторое рациональное число. Такое утверждение представляет собой гипопример $П_1$ теории T_1. Именно он опровергается гиперпримером $КП_1$.

После обнаружения гиперпримера теория T_1 теряет свое единство. Она расслаивается на две части:

1) Та часть теории T_1, которая зависит от постулата полноты рациональных чисел и оказывается ложной, – именно эта часть опровергается гиперпримером $КП_1$. Эта часть обобщает гипопримеры и представляет собой *гипотеорию* T^-_1.

2) Но в теории рационального числа есть и вторая часть, не зависящая от постулата полноты. Это теория рационального числа как автономной структуры, независимо от того, является ли эта структура полной или нет. Такая часть теории T_1 представляет собой *автотеорию* TT_1, которая сохраняется при последующем развитии знания.

У гипотеории T^-_1 и автотеории TT_1 есть свое общее и частное, которые группируются вокруг своих центрумов на ФГШ.

Кроме того, возникновение и все большее накопление гиперпримеров в лице открытия все новых иррациональных чисел приводит к формированию элементов теории иррационального числа, которая (теория) до поры до времени существовала в истории математики самостоятельно и не могла интегрироваться с теорией рационального числа. Такая отдельная теория иррационального числа представляет собой гипертеорию T^+_1, у которой есть свое общее и частное и свой центрум на ФГШ.

В итоге происходит децентрация знания, когда теория T_1 теряет единый центр организации и расслаивается на три центра – автотеории TT_1, гипотеории T^-_1 и гипертеории T^+_1.

И прошло достаточно много времени, пока только в 19 в. не произошло объединение теории рационального и иррационального числа в рамках единой теории вещественного числа. Интересно, что этот синтез был проделан независимо друг от друга несколькими математиками – Карлом Вейрештрассом, Рихардом Дедекиндом и Георгом Кантором[9]. В результате возникла более интегральная теория T_2, в которой постулат полноты формулируется уже не относительно рациональных, но вещественных чисел, объединяющих в себе множества рациональных и иррациональных чисел.

На этом примере мы видим яркое проявления всех описанных ранее конструкций.

Интересно, что развитию знания органично присущи как стремление к центрации, так и децентрации знания. Еще одним важным примером органичной децентрации знания мог бы быть процесс порождения аномалий внутри парадигмы в концепции эволюции знания Томаса Куна[10]. В этом случае в знании есть как бы два принципа порождения – порождения своих *аспектов* (примеров) и порождения тех *мест*, в которых можно образовывать аспекты знания (место, в котором не возникает пример, заполняется контрпримером). И в случае возникновения аномалий число мест оказывается больше числа аспектов, что можно также рассмотреть как выражение эффекта децентрации знания. Знание генерирует места и аспекты, и пока в знании один центр, эти генерации совпадают, - каждое место заполняется аспектом. Но позднее мест начинает генерироваться больше, чем аспектов, - и два центра генерации расходятся между собой. Возможно, так более неформально можно было бы пояснить идею децентрации знания.

---

[9] См. http://dic.academic.ru/dic.nsf/enc_mathematics/1393/ДЕЙСТВИТЕЛЬНОЕ.

[10] http://ru.wikipedia.org/wiki/Смена_парадигм.